# CONTENIDO

TOMO I

# PREELIMINARES.- CONJUNTOS

La idea intuitiva de un conjunto la entendemos como la colección de ideas u objetos que están bien definidos de tal manera que se puede decidir si pertenecen o no a dicho conjunto.

Las ideas u objetos que forman al conjunto se denominan elementos del conjunto.

Generalmente se usan letras mayúsculas para determinar a los conjuntos y letras minúsculas para denotar a sus elementos.

Si $A=\{a,b,c,d,e\}$

El conjunto $A$ está formado por las letras del abecedario y entonces:
$a\in A$significa que $a$ es elemento del conjunto $A$
$b\in A$significa que $b$ es elemento del conjunto $A$
y para denotar que un elemento no forma parte de un conjunto utilizamos el símbolo$\notin$
$f\notin A$representa que $f$ no es elemento del conjunto $A$.

Para escribir o representar conjuntos existen dos formas:

- ➯ Forma enumerativa o por extensión
- ➯ Forma descriptiva o por comprensión

La forma enumerativa consiste en escribir a todos y cada uno de los elementos que forman al conjunto.

$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $E=\{\text{rojo, azul, amarillo, verde}\}$, $F=\{\$,\ \%,\ /,\ +\}$

La forma descriptiva consiste en escribir al conjunto por medio de una oración abierta, la cual se llama así por que puede ser verdadera  o falsa. Por ejemplo.

$T=\{x\,|\,x \text{ es una de las estaciones del año}\}$

A la oración "*x* es una de las estaciones del año", se llama oración abierta y la línea horizontal " | " se lee "*tal que*".

Una oración abierta es, toda la oración en la que interviene alguna variable "*x*", al conjunto que nos proporciona los elementos para remplazar a la variable lo llamamos conjunto de reemplazamiento y finalmente al conjunto de valores del conjunto de reemplazamiento que hacen verdadera a la oración abierta se llama conjunto de verdad.

Ejemplo.
Considere al conjunto de reemplazamiento $E=\{1,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$, encontrar el conjunto de verdad para el conjunto $B$ si $B=\{x\in E\,|\,x \text{ es un número par mayor de } 5\}$.

El conjunto es $B=\{6,\ 8\}$

## Cardinalidad

La cardinalidad de un conjunto es el número de elementos que tiene dicho conjunto, si es posible determinar la cardinalidad de un conjunto, entonces se dice que dicho conjunto es finito, en caso contrario se dirá que es un conjunto infinito.

La notación de la cardinalidad de un conjunto *A* es:

$n(A) = \# A \leftarrow$ cardinalidad del conjunto *A*

## Conjunto Universal

El conjunto universal se entenderá como el conjunto formado por todos los elementos considerados para un determinado fin. $\mathrm{U} \leftarrow$ conjunto universal

## Conjuto Vacío

Es un conjunto el cual carece de elementos y su notación es:

$\varnothing = \{\ \}$

## Conjuntos Iguales

Dos conjuntos son iguales entre si $(A = B)$, si cada elemento del conjunto *A* es un elemento del conjunto *B* y cada elemento del conjunto *B* es un elemento del conjunto *A*.

## Conjuntos Ajenos o Disjuntos

Dos conjuntos son ajenos o disjuntos si no comparten elementos en común. Por ejemplo el conjunto formado por los números pares y el conjunto formado por los números impares son ajenos o disjuntos.

## Conjuntos Equivalentes

Dos conjuntos son equivalentes $(A \approx B)$, si tienen la misma cardinalidad.

## Operaciones Entre Conjuntos

### Unión

La unión de dos conjuntos *A* y $B\left(A \cup B\right)$, es un conjunto formado por elementos que pertenecen al conjunto *A* y/o *B*.

$A \cup B = \left\{x \mid x \in A \ \ {}^{y}\!/\!_{ó} \ \ x \in B\right\}$

### Intersección

La intersección de dos conjuntos *A* y $B\left(A \cap B\right)$, es un conjunto formado por elementos que pertenecen al conjunto *A* y *B*.

$A \cap B = \left\{x \mid x \in A \ \text{ y } \ x \in B\right\}$

### Diferencia De Conjuntos

La diferencia entre un conjunto *A* y un conjunto $B\left(A - B\right)$, es un conjunto formado por elementos que pertenecen al conjunto *A* pero no al conjunto *B*.

$A - B = \left\{x \mid x \in A \ \text{ y } \ x \notin B\right\}$

### Complementos De Un Conjunto

El complemento de un conjunto $A\left(A^c = A'\right)$, es un conjunto formado por elementos que no pertenecen al conjunto *A* pero si pertenecen al conjunto universal.

$A^c = \{x | x \notin A \text{ y } x \in \mathrm{U}\}$

## Propiedades De Los Conjuntos

$$
\begin{gathered}
A \cup B = B \cup A \\
A \cap B = B \cap A \\
A - B \neq B - A \\
(A \cup B)^c = A^c \cap B^c \\
(A \cap B)^c = A^c \cup B^c \\
(A^c)^c = A
\end{gathered}
$$

## Ejemplos De Operaciones Con Conjuntos

### Ejemplo 1

Sea S = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12} el conjunto de reemplazamiento. Hallar el conjunto de verdad para:

**a)** $\mathrm{A} = \{x \in \mathrm{S} | x \text{ es un número par}\}$

Como se puede ver el enunciado "*x* es un número par" se hace verdadero si *x* toma los valores de 2,4,6,8,10 y 12 que se encuentran en el conjunto S, por tanto el conjunto de verdad para A es:

A= { 2,4,6,8,10, 12 }

**b)** $\mathrm{B} = \{x \in \mathrm{S} | (x+6) \in \mathrm{S}\}$

Ahora el enunciado "(*x*+6) ∈S" nos dice que *x* deberá de ser un número que sumado con 6, el resultado pertenecerá a S, por ejemplo si *x* es 2 queda. 2+6 = 8 y 8 si pertenece a S, pero si *x* es 8 nos queda 8+6 = 14, lo cual claramente se ve que 14 no pertenece a S, por lo anterior se tiene que el conjunto de verdad para B es:

B={2,4,6}

### Ejemplo 2

Sea el conjunto universal U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} y sea H={1,2,3,4}, J={3,4,5}, K={7,8,9} y L={5,6,7,8,9,10}. Encontrar:

**a)** $\mathrm{H} \cap \mathrm{J}$

Recuerda que ∩ representa la intersección de 2 conjuntos, es decir los elementos que están en el primer y segundo conjunto, por ejemplo del conjunto H={1,2,3,4} que elementos también tiene J={3,4,5}, como podrás observar fácilmente tienen en común al 3 y 4.

H={1,2,3,4}J={3, 4,5},

Entonces tenemos que

$\mathrm{H} \cap \mathrm{J} = \{3, 4\}$

**b)**

En éste caso el símbolo ∪ representa la unión de dos conjuntos, es decir elementos que están en el primer conjunto y/o en el segundo conjunto. Una manera fácil de unir dos conjuntos es hacer lo que entendemos de unir (juntar) , es decir juntos los elementos de ambos conjutos.

Al juntar los elementos de K={7,8,9} y L={5,6,7,8,9,10}, se tiene:

$\{\overbrace{7,8,9}^{K}, \overbrace{5,6,7,8,9,10}^{L}\}$ , pero recuerda que en conjuntos NO se acostumbra repetir elementos y como podrás ver el conjunto anterior tiene por ejemplo repetido el 7, basta entonces escribir la solución sin repetir elementos o sea:

$$K \cup L = \{5,6,7,8,9,10\}$$

**c)** $(L–K)^c \cap J$

Ahora en este caso primero se hace L–K, es decir los elemento que SI pertenecen al conjunto L pero que NO están en K.

L– K={5,6,10}

Enseguida encontremos $(L–K)^c$, lo cual representa el complemento del conjunto L– K, o sea los elementos que no están en el conjunto que ya se había encontrado L– K={5,6,10}.

$(L–K)^c$ ={1,2,3,4,7,8,9}

Recuerda que el complemento de un conjunto son los elementos que NO están en el conjunto pero SI están en el conjunto universal.

Finalmente encontremos $(L–K)^c \cap J$ que será la intersección del conjunto

$(L–K)^c$ ={1,2,3,4,7,8,9} y el conjunto J={3,4,5}, es decir elementos en común para ambos conjuntos, quedándonos:

$$(L–K)^c \cap J = \{3,4\}$$

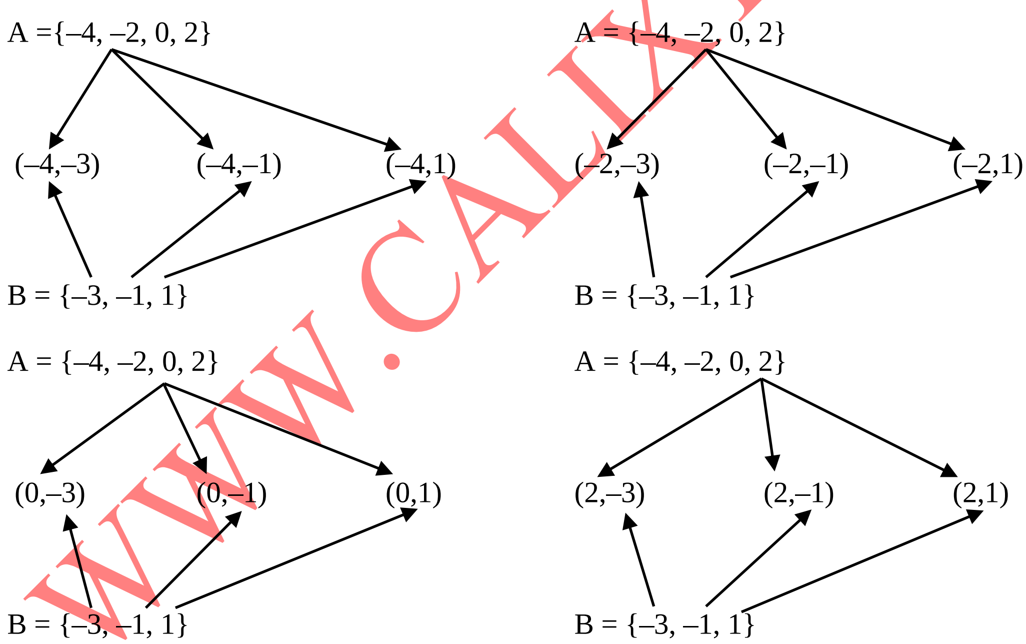
## Ejemplo 3

Encontrar A×B, si A = {–4, –2, 0, 2} y B = {–3, –1, 1}

DEFINICIÓN.- El producto cartesiano de dos conjuntos A y B (A×B) es un conjunto formado por parejas ordenadas ($x$,$y$) donde "$x$" es un elemento del primer conjunto A y "$y$" es un elemento del segundo conjunto B.

A×B={($x$,$y$) | $x$∈ A , $y$∈ B}

Ahora encontremos A×B




A×B={(–4,–3), (–4,–1), (–4,1), (–2,–3), (–2,–1), (–2,1), (0,–3), (0,–1), (0,1), (2,–3), (2,–1), (2,1)}

## Ejercicios de teoría de conjuntos

1.- Escribir un conjunto formado por los elementos de los nombres de los meses del año.

2.- Escribir un subconjunto del conjunto formado en la pregunta 1, con los meses que no tengan r.

3.-Escribir un subconjunto del conjunto formado en la pregunta 2, formado por los meses de invierno.

4.-Escribir los elementos del conjunto de todas las fracciones simples entre 0 y 1 cuyo denominador sea 7.

5.-Una persona tiene 3 monedas, cada una de 1 ó 5 pesos. Escribir los elementos del conjunto de posibles sumas de capital que puede tener dicha persona. (Por ejemplo, si fuesen 3 monedas de a peso, tendría 3 pesos; si fuesen dos de a peso y una de 5 pesos, tendría 7 pesos, etc.)

6.- Una persona tiene tres monedas cada una de 1, 5 ó 10 pesos. Escribir los elementos del conjunto de posibles sumas de capital que puede tener.

7.-Hallar el conjunto potencia de los conjuntos:

a) R = {a, b}

b) S = {a, b, c}

c) T = {a, b, c, d}

8.- ¿Cuántos subconjuntos tiene U, si U = {a, b, c, d, e}. Escríbelos

9.- Considera los conjuntos R, S, T y U de los ejercicios 7 y 8, decir si es falso o verdadero lo siguiente:

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) $R\subseteq R$ ____ | b) $R\subseteq S$ ____ | c) $S\subseteq R$ ____ | d) $S\subseteq T$ ____ |
| e) $R\subseteq T$ ____ | f) $R\subset R$ ____ | g) $R\subset S$ ____ | h) $S\subset R$ ____ |
| i) $S\subset T$ ____ | j) $R\subset T$ ____ | k) $a\in R$ ____ | l) $a\subseteq R$ ____ |
| m) $\emptyset\in T$ ____ | n) $\emptyset\subseteq T$ ____ | o) $3\in T$ ____ | p) $3\in S$ ____ |

10.-Ahora suponga que X e Y son dos conjuntos tales que $X\subseteq S$, ¿Deberá ser X=R?
Y si $Y\subseteq T$. ¿deberá ser $X\subseteq Y$? Explique su respuesta.

11.-Para los siguientes conjuntos indique si se trata de un conjunto finito o infinito.

a) los puntos de una línea recta :____________________

b) las islas de todo el mundo :____________________

c) los pelos de un gato :____________________

d) el conjunto de los números enteros impares mayores a 5 :____________________

12.- Dar tres distintas correspondencias uno a uno (1 - a - 1) entre los conjuntos {a, b, c} y {x, y, z}.

13.- Escriba por comprensión los siguientes conjuntos.

a) A = {2, 4, 6, 8, 10,…}

b) B = {1, 3, 5, 7,…}

c) C = {-1, -2, -3, -5,…}

14.-Sean los conjuntos A = {m, e, x, i, c, o}, B = {e, s}, C = {p, a, d, r, i, s, i, m, o}.

a) Encuentra $A \cup B$, $A \cap C$, $B \cap C$ y $B \cup C$.

b) muestra que $A \cap B \cap C = \emptyset$

c) muestre que $A - (B \cup C)$ es un conjunto sin vocales

d) compruebe que $B - C = A \cap B$

e) compruebe que el conjunto {m, a, x, i, m, o} es un subconjunto de $A \cup C$.



15.- Sea B = {x | x es un mexicano que tiene más de un cónyuge con vida}, sea E = {x | x es un esposo con vida en México} y C={ x | x es una esposa con vida en México }
Suponga que $B = \emptyset$. ¿Qué puede decir acerca de E y C? Explique.

16.-Sea T = {m, n, q, r, s}.

a) Escribir todos los subconjuntos de T de cardinalidad 2. Llamar A al conjunto de dichos subconjuntos.

b) Escribir todos los subconjuntos de T de cardinalidad 3. Llamar B al conjunto de dichos subconjuntos.

c) ¿son equivalentes A y B? Explique

d) Encontrar #A y #B.

17.-Sea H = {1, 2, 3, 4,5}

a) escribir todos los subconjuntos de H de cardinalidad 1

b) escribir todos los subconjuntos de H de cardinalidad 2

c) escribir todos los subconjuntos de H de cardinalidad 3

d) Encontrar la cardinalidad de cada uno de los conjuntos anteriores.

e) Si llamamos A al conjunto del inciso a), B al conjunto del inciso b) y C al conjunto del inciso c). Decir si son falsas o verdaderas:

$A \approx B$ :________________ $H \approx B$ :__________________

$H \approx A$ :________________ $H = A$:__________________

18.-Decir si los conjuntos siguientes son finitos o infinitos:

a) los números naturales :________________________

b) el conjunto de los números primos entre 13500 y 23750 :________________________

c) el conjunto de los números naturales menores de 7 :________________________

d) todos los átomos de la tierra :________________________

19.- Sea S = {2, 4, 6, 8, 10, 12} el conjunto de reemplazamiento. Hallar el conjunto de verdad para:

a) $\{x \in \mathrm{S} | x \text{ es un número par}\}$

b) $\{x \in \mathrm{S} | x \text{ es un número impar}\}$

c) $\{x \in \mathrm{S} | (x+6) \in \mathrm{S}\}$

d) $\{x \in S | x \neq 4\}$

e) $\{x \in \mathrm{S} | (x+3) \in \mathrm{S}\}$

f) $\{x \in \mathrm{S} | (x+4) \in \mathrm{S}\}$

g) $\{x \in \mathrm{S} | (x-2) \notin \mathrm{S}\}$

h) $\{x \in \mathrm{S} | 3x \notin \mathrm{S}\}$

i) $\{x \in \mathrm{S} | 3 < x < 10\}$

j) $\{x \in \mathrm{S} | 3 < x \text{ y } 10 < x\}$

k) $\{x \in \mathrm{S} | x > 4\}$

l) $\{x \in \mathrm{S} | \text{no cumple que } x \neq 4\}$

m) $\{x \in \mathrm{S} | \text{no cumple que } x > 4\}$

20.- Considere a los números naturales N = {1, 2, 3, 4,…} como el conjunto de reemplazamiento. Usar la notación de conjuntos por comprensión para representar los siguientes conjuntos:

a) {1, 3, 5, 7, 9,…}

b) {3, 6, 9, 12,…}

c) {1, 2, 3, 4, 5}

d) {1, 4, 9, 16, 25,…}

e) {5}

f) { }

g)

21.- Si R = {a, b, c}. Construya S un conjunto formado por todos los subconjuntos de R. Escribir los elementos de los siguientes conjuntos.

a) $\{x \in S | n(x) = 2\}$

b) $\{x \in S | n(x) = 0\}$

c) $\{x \in S | x \neq R \text{ y } n(x) > 1\}$

22.- Sea el conjunto universal U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} y sea H={1,2,3,4}, J={3,4,5}, K={7,8,9} y L={5,6,7,8,9,10}. Encontrar:

a) $H^c$

b) $L^c$

c) $H \cup J$

d) $H \cup K$

e) $K \cup L$

f) $H \cap J$

g) $K \cap L$

h) $J \cap K$

i) $H^c \cap J^c$

j) $(H \cap J)^c$

k) $(H \cup J)^c$

l) $H^c \cap K^c$

m) $H^c \cup \emptyset$ n) $H \cup \emptyset^c$ o) $(H \cap J) \cup K$

p) $H \cap (J \cup K)$ q) $(J \cup K) \cap L$ r) $(H \cup K) \cap (J \cup K)$

s) $(L-K)^c \cap J$ t) $[(L-J) \cup H]^c$ u) $(J-H)^c \cup (L-K)^c$

**23.- Sean A y B conjuntos tales que $A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$. Indicar si las proposiciones siguientes son falsas o verdaderas**.

a) Si $x \in A$, $x \in B^c$, entonces $x \in (A \cap B)$......................( )

b) Si $x \in A$, $x \in B^c$, entonces $x \notin (A \cap B)$......................( )

c) Si $x \in A$, $x \notin B^c$, entonces $x \in (A \cup B)$....................( )

d) Si $x \notin A^c$, $x \notin B^c$, entonces $x \in (A \cap B)$....................( )

e) Si $x \notin A$, $x \in (A \cup B)$, entonces $x \in B$......................( )

**24.-Encontrar $A \times B$, si $A = \{-4, -2, 0, 2\}$ y $B = \{-3, -1, 1\}$**

**25.-Si S = {x, y, z} y T = {$x^2$, $y^2$, $z^2$}, encuentre S×T.**

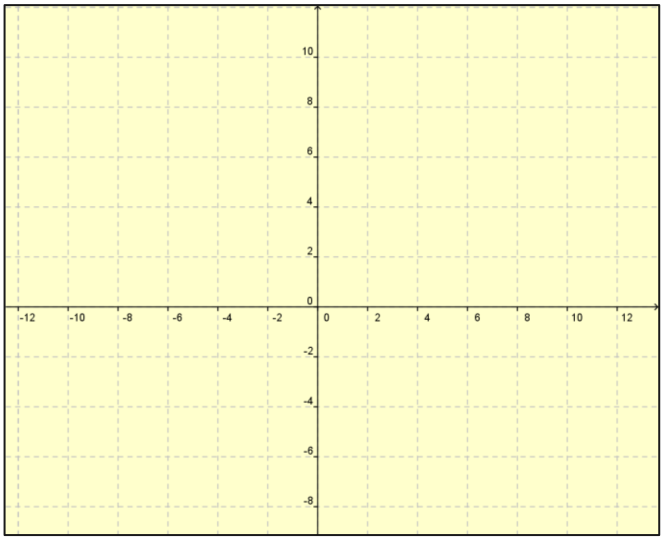
**26.-Si una central de teléfonos tiene m aparatos conectados, el número posible de llamadas que puede atender es $\frac{m(m-1)}{2}$. Encuentre las parejas ordenadas formadas por el número de teléfonos y el número posible de llamadas que puede atender para 3, 4, 5, 6, 7 y 8 teléfonos.**

**Por ejemplo para 9 teléfonos se reciben $\frac{9(9-1)}{2} = 36$ llamadas, se forma la pareja ordenada**

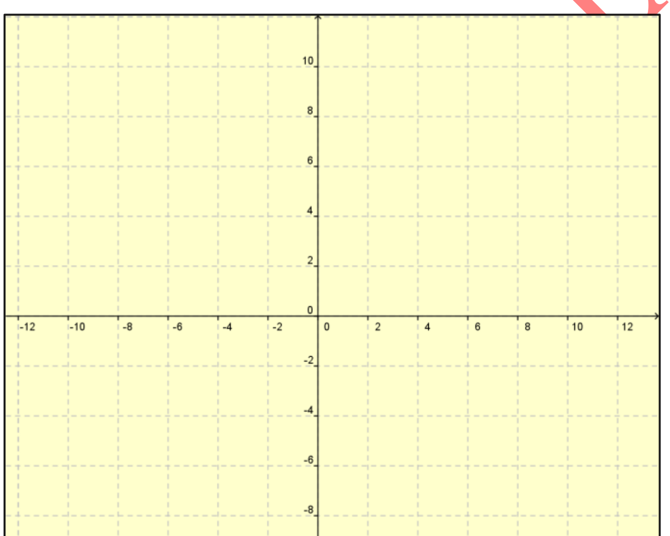
**(9 teléfonos , 36 llamadas)**

**27.- En cada uno de los siguientes incisos encuentre el producto cartesiano que se indica y represéntalo gráficamente en el plano cartesiano.**

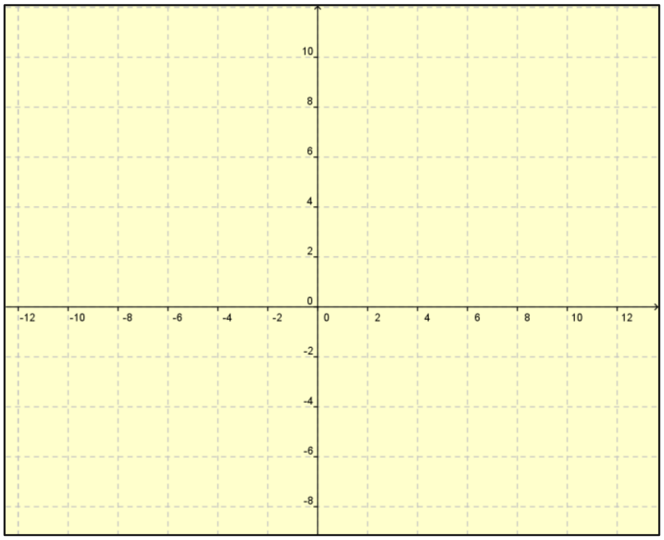
a) $C \times C$, si $C = \left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$




b) $D \times E$, si $D = \{-2, 4\}$ y $E = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \le x \le 6\}$

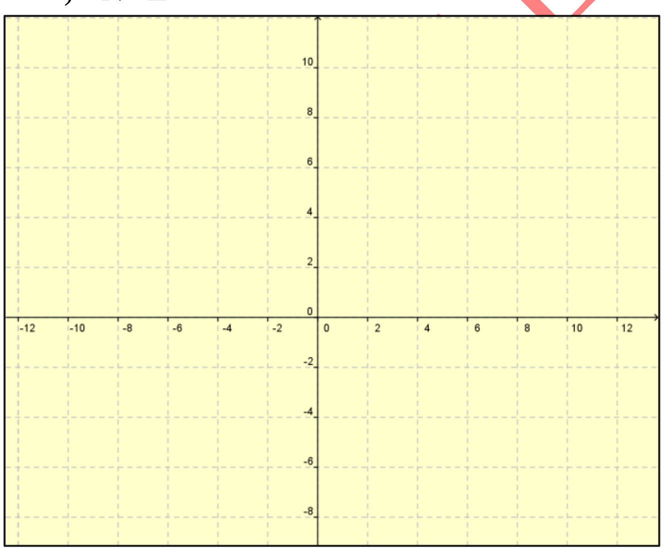


c) $A \times \mathbb{R}$, si $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 \le x \le 6\}$

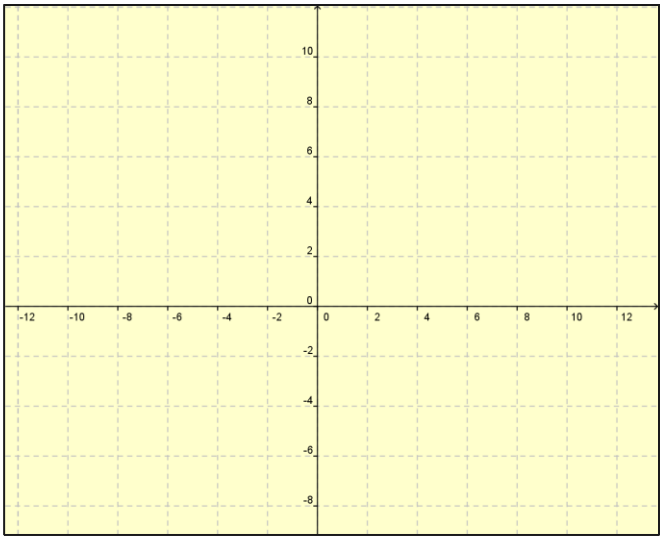




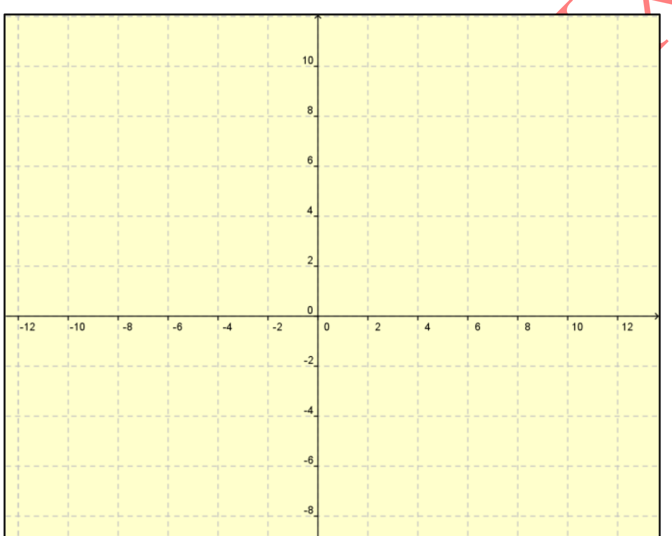

d) $\mathbb{N} \times \mathbb{Z}$



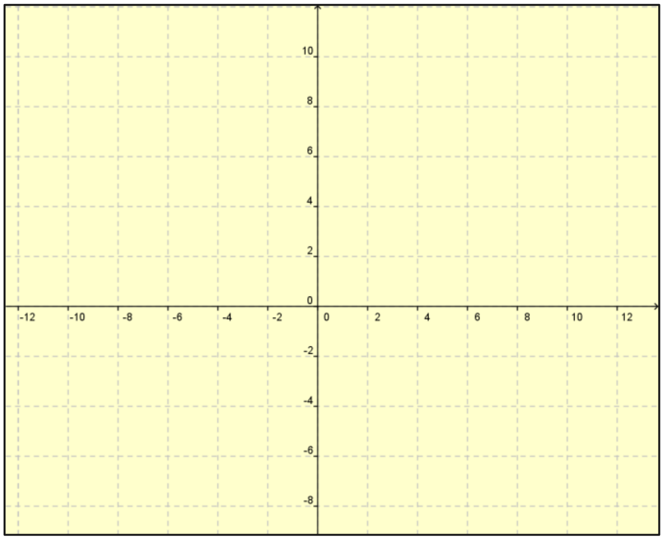
e) $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$



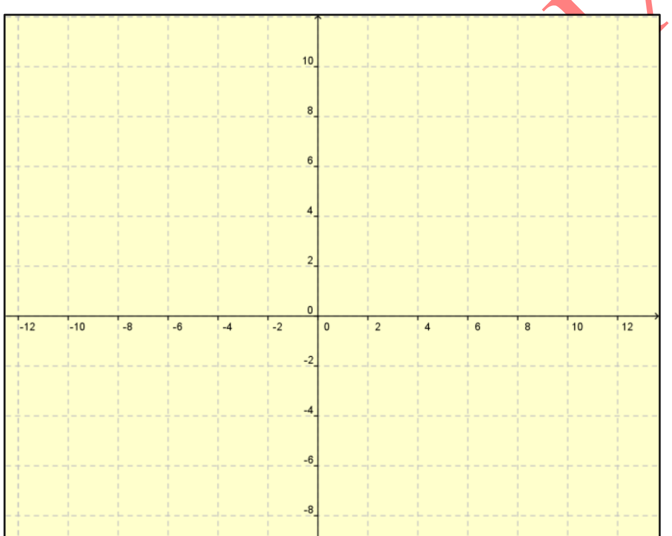

f) $\mathrm{P} \times \mathbb{N}$, si $\mathrm{P} = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x\}$



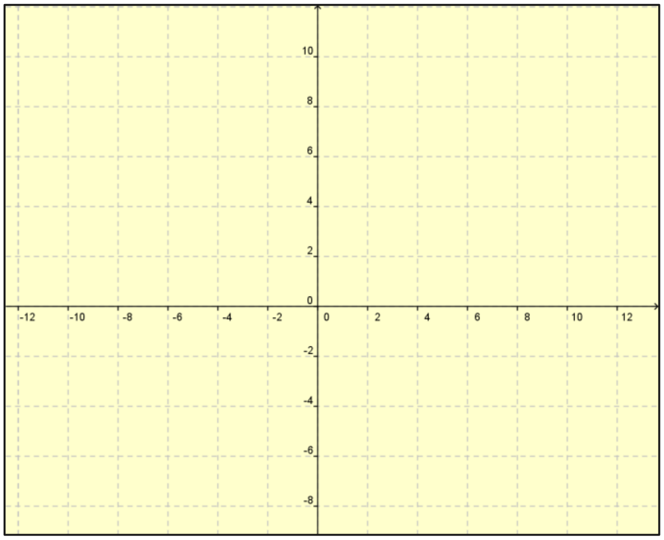
g) $B \times T$, si $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \le x \le 4\}$ y $T = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \le x \le 1\}$



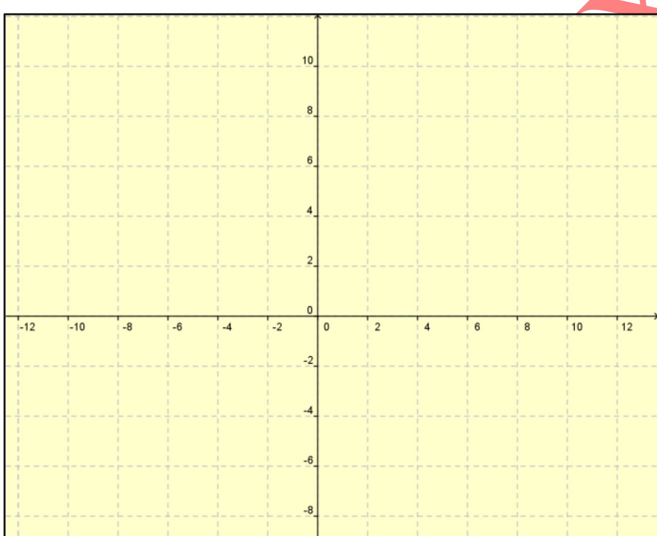

h) $A \times C$, si $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \le x\}$ y $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le 5\}$



i) $B \times D$, si $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$ y $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \le x \le 7\}$



j) $A \times B$, si $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < -1\}$



**28.- Sean A={a, b}, B={2, 3}, C={3, 4}, hallar :**

a) $A\times(B\cup C)$

b) $(A\times B)\cup(A\times C)$

c) $A\times(B\cap C)$

d) $(A\times B)\cap(A\times C)$

29.- Si A y B dos conjuntos cualesquiera no vacíos, si $A\cap B=\emptyset$ ¿es cierto que $A\subset B^c$? Explique

30.-Sea A = {1, 2, 3, 4}, B = {a, b, c} y C = {5, 6, 7}, construir un diagrama de árbol y encontrar $A\times B\times C$